Introdução

A priori, definiremos a inclinação de uma reta.

Considere uma reta horizontal s e outra reta r, que se interceptam em um ponto O formando dois angulos: α (não nulo) e $\beta = 180° - \alpha$.

A inclinação da reta r em relação a s é dada pelo menor destes angulos.

Um aspecto importante visto na equação reduzida de uma reta é a relação existente entre o seu coeficiente angular e a sua inclinação. Vejamos:

Supondo que $\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, então

$$\tan(\theta) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{x - x_A} = m \tag{1}$$

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = m \Rightarrow y - y_A = mx - mx_A \Rightarrow y = mx - mx_B + y_A$$

Observe que os coeficientes de x e y são, respectivamente, m e 1, que $-mx_B + y_A$ é um escalar (número) e o seu resultado é n. Então, a equação pode ser reescrita como:

$$y = mx + n.$$

Esta é conhecida como a equação reduzida da reta r. Por causa da relação em (1), m é chamado coeficiente angular e n coeficiente linear.

Derivadas

Definição: Seja f uma função real definida na vizinhança de um ponto $x \in \mathbb{R}$. A derivada de f em um ponto x_0 é dado por:

Caso este limite exista!

Nosso objetivo agora não é ir a fundo no conceito de derivadas e de função derivada, e sim que você possa compreender a definição de derivadas por meio de uma interpretação geométrica.

Quem é o coeficiente angular de S na figura a seguir?

$$a_S = \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A}$$

Temos os pontos A e B pertencentes simultaneamente aos gráficos de S e de T, então

$$f(x_A) = y_A \text{ e } f(x_B) = y_B.$$

Assim,

$$a_S = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_B - x_A}.$$

Considere dois pontos distintos A e B sobre o gráfico de uma função definida em um intervalo $[a, b]$ e derivável em $]a, b[$. O ponto $A(x_A, f(x_A))$ é fixo, enquanto $B(x_B, f(x_B))$ é móvel. Considere, ainda, a reta secante, que passa por A e B e a tangente ao gráfico da função f no ponto A, respectivamente, s e t.

Desloque o ponto x_B, na figura acima, a fim de que ele se aproxime de x_A, mas não toque em x_A.

Isto nos motiva a dizer que:

Quanto mais os valores de x_B se aproximam dos valores de x_A, o coeficiente angular da reta secante tende a se aproximar do coeficiente angular da reta tangente. Matematicamente:

$$a_S \to a_T,$$

ou seja,

$$\lim_{x_B \to x_A} \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}.$$

Mas, este limite não é a definição que acabamos de ver? (a derivada em x_A?)

Ou seja, o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função f no ponto x_A é a derivada de x em x_A.