

Teorema de la Superposición y Reciprocidad

Fabrizio Puente Mansilla

8 de abril de 2014

1. Objetivos

Comprobar experimentalmente las propiedades de las redes lineales como la superposición y la reciprocidad.

2. Circuito a Utilizar

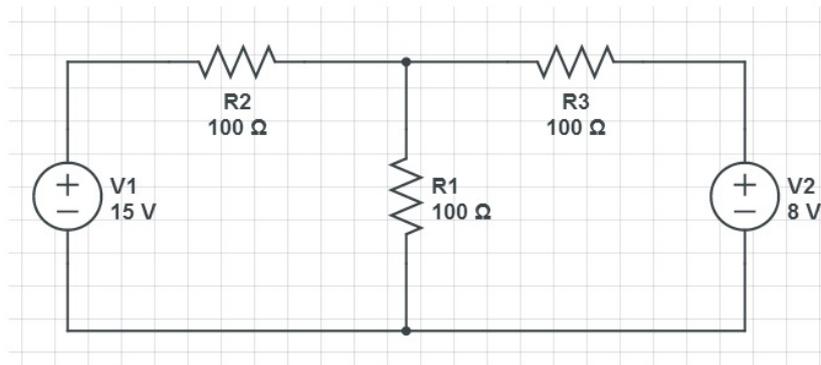


Figura 1: Circuito de prueba.

3. Cálculos eléctricos

1. Cuando tenemos ambas fuentes conectadas podemos calcular las corrientes y las tensiones mediante las leyes de Kirchhoff.

Como podemos apreciar en la Figura 2, se aplica La ley de Voltajes de Kirchhoff. Para la primera malla tenemos:

$$\sum V_i = 0$$

$$-15 + 18 \cdot I_1 + 35 \cdot (I_1 - I_2) = 0$$

$$53 \cdot I_1 - 35 \cdot I_2 = 15 \quad (3.1)$$

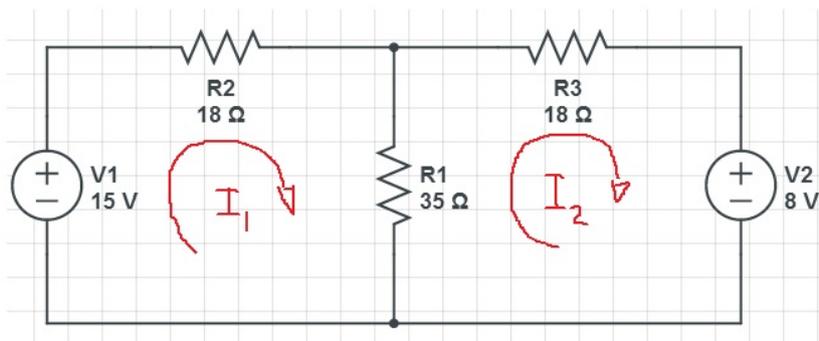


Figura 2: Circuito de prueba.

Para la primera malla tenemos:

$$\sum V_2 = 0$$

$$8 + 18 \cdot I_2 + 35 \cdot (I_2 - I_1) = 0$$

$$-35 \cdot I_1 + 53 \cdot I_2 = -8 \quad (3.2)$$

De las Ecuaciones (3.1) y (3.2) se resuelve el sistema de ecuaciones, se obtiene:

$$I_1 = \frac{515}{1584} = 0,3251A \quad (3.3)$$

y,

$$I_2 = \frac{101}{1584} = 0,0638A \quad (3.4)$$

Además de los valores de los voltajes en cada resistencia $V_{R2} = 5,8518V$, $V_{R3} = 1,1484V$ y $V_{R1} = 9,1455V$

- Solo conectamos la fuente de 8V y la de 15V la ponemos en corto como se puede apreciar en la Figura 3. Calculamos las corrientes que pasan por cada una de las resistencias respectivamente:

$$I3 = 0,2677A$$

,

$$I2 = 0,1768A$$

y

$$I1 = 0,0909A$$

Así como los voltajes,

$$V_{R3} = 4,8180V$$

,

$$V_{R2} = 3,1820V$$

y

$$V_{R1} = 3,1820V$$

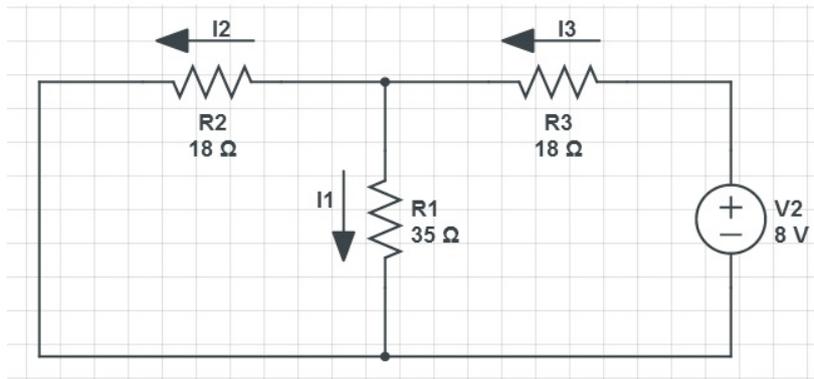


Figura 3: Circuito usando solo la fuente de 8v.

3. Solo conectamos la fuente de 15V y la de 8V la ponemos en corto como se puede apreciar en la Figura 4. Calculamos las corrientes que pasan por cada una de las resistencias respectivamente:

$$I3 = 0,3314A$$

,

$$I2 = 0,5019A$$

y

$$I1 = 0,1704A$$

Así como los voltajes,

$$V_{R3} = 9,0340V$$

,

$$V_{R2} = 5,9660V$$

y

$$V_{R1} = 5,9660V$$

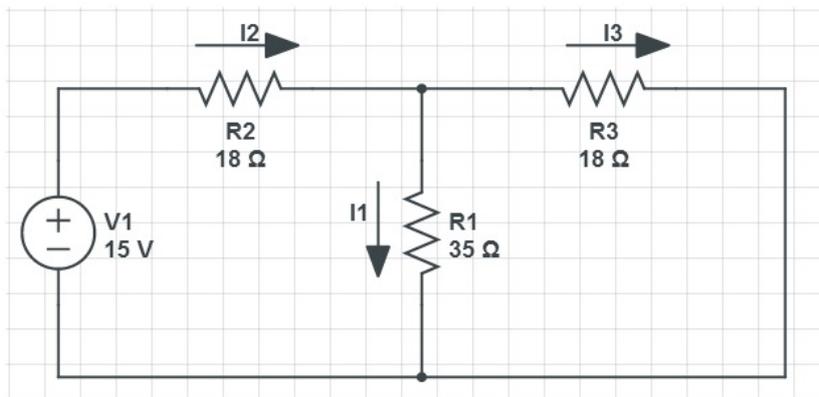


Figura 4: Circuito usando solo la fuente de 15v.

4. Equipos a utilizar

- 2 Fuentes DC.
- 1 Multímetro.
- 2 Voltímetros.
- 1 Panel resistivo E-2.
- Cables de conexión.

5. Fundamento Teórico

El teorema de superposición sólo se puede utilizar en el caso de circuitos eléctricos lineales, es decir circuitos formados únicamente por componentes lineales (en los cuales la amplitud de la corriente que los atraviesa es proporcional a la amplitud de voltaje a sus extremidades). El teorema de superposición ayuda a encontrar:

- Valores de voltaje, en una posición de un circuito, que tiene más de una fuente de voltaje.
- Valores de corriente, en un circuito con más de una fuente de voltaje.

Este teorema establece que el efecto que dos o más fuentes tienen sobre una impedancia es igual, a la suma de cada uno de los efectos de cada fuente tomados por separado, sustituyendo todas las fuentes de voltaje restantes por un corto circuito, y todas las fuentes de corriente restantes por un circuito abierto. Por ejemplo, si el voltaje total de un circuito dependiese de dos fuentes de tensión:

$$V_T = f(V_1, V_2) = f(0, V_2) + f(V_1, 0)$$

5.1. Interes del Teorema

En principio, el teorema de superposición puede utilizarse para calcular circuitos haciendo cálculos parciales, como hemos hecho en el ejemplo precedente. Pero eso no presenta ningún interés práctico porque la aplicación del teorema alarga los cálculos en lugar de simplificarlos. Hay que hacer un cálculo separado por cada fuente de voltaje y de corriente y el hecho de eliminar los otros generadores no simplifica mucho o nada el circuito total.

Otros métodos de cálculo son mucho más útiles.

El verdadero interés del teorema de superposición es teórico. El teorema justifica métodos de trabajo con circuitos que simplifican verdaderamente los cálculos. Por ejemplo, justifica que se hagan separadamente los cálculos de corriente continua y los cálculos de señales (corriente alterna) en circuitos con Componentes activos (transistores, amplificadores operacionales, etc.).

Otro método justificado por el teorema de superposición es el de la descomposición de una señal no sinusoidal en suma de señales sinusoidales. Se reemplaza un generador de voltaje o de corriente por un conjunto (tal vez infinito) de fuentes de voltaje en serie o de fuentes de corriente en paralelo. Cada una de las fuentes corresponde a una de las frecuencias de la descomposición. Por supuesto no se hará un cálculo separado para cada una de las frecuencias, sino un cálculo único con la frecuencia en forma literal. El resultado final será la suma de los resultados obtenidos reemplazando, en el cálculo único, la frecuencia por cada una de las frecuencias de la serie de Fourier. El enorme interés de esto es el de poder utilizar el cálculo con el formalismo de impedancias cuando las señales no son sinusoidales.

5.2. Ejemplo

Vamos analizar un ejercicio simple donde podamos aplicar el Teorema de Superposición.

En el circuito de arriba de la Figura 5, calculemos el voltaje en el punto A utilizando el teorema de superposición. Como hay dos generadores, hay que hacer dos cálculos intermedios.

En el primer cálculo, conservamos la fuente de voltaje de la izquierda y reemplazamos la fuente de corriente por un circuito abierto. El voltaje parcial obtenido es:

$$V_1 = V_0 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

En el segundo cálculo, guardamos la fuente de corriente de derecha y reemplazamos la fuente de voltaje por un cortocircuito. El voltaje obtenido es:

$$V_2 = I_0(Z_1 // Z_2) = I_0 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

El voltaje que buscamos es la suma de los dos voltajes parciales:

$$\begin{aligned} V_A = V_1 + V_2 &= V_0 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} + I_0 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ &= \frac{V_0 Z_2 + I_0 Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \end{aligned}$$

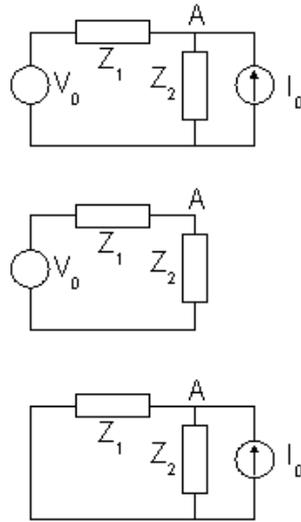


Figura 5: (a)Circuito original (b) Circuito con solo la fuente de voltaje (c) Circuito con solo la fuente de corriente.

6. Bibliografía

1. ALEXANDER, C.K. e SADIKU, M.N.O. Fundamentos de circuitos eléctricos, Bookman, 2003.
2. KIENITZ, K.H. Análise de circuitos: um enfoque de sistemas, Manole, 2002.